

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ****Etapă locală, Neamț****08.02.2025****Clasa a VI-a****Problema 1**

Determinați ultima cifră a mediei aritmetice a primelor $2p+1$ numere ale mulțimii $M = \{ x \in \mathbb{N} / x \geq 2 \text{ și } \frac{2x+1}{6x-7} \text{ este reductibilă} \}, p \in \mathbb{N}^*$.

Problema 2

Considerăm $\sphericalangle A_1OA_2, \sphericalangle A_2OA_3, \sphericalangle A_3OA_4, \dots, \sphericalangle A_9OA_{10}, \sphericalangle A_{10}OA_1$ unghiuri în jurul punctului O , astfel încât $m(\sphericalangle A_1OA_2) = t^\circ$, $m(\sphericalangle A_2OA_3) = (t+p)^\circ$, $m(\sphericalangle A_3OA_4) = (t+2p)^\circ$, \dots , $m(\sphericalangle A_{10}OA_1) = (t+9p)^\circ$, $t, p \in \mathbb{N}^*$.

- Calculați $m(\sphericalangle A_2OA_{10})$.
- Demonstrați că dacă $t < 2p$, atunci $[OA_5]$ este bisectoarea unghiului $\sphericalangle A_1OA_7$.

Problema 3

Câte unghiuri cu măsurile de 10° și 18° putem construi în jurul unui punct?

Gazeta Matematică nr 11/2024

Problema 4

Fie numărul $\overline{abcd}:13$.

- Demonstrați că $\overline{dbca}:13$ dacă și numai dacă $\overline{bc}:13$ și dați un exemplu de astfel de numere.
- Câte numere $\overline{abcd}:13$ au proprietatea că $\overline{dbca}:13$?

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se evaluează cu note de la 0 la 7.

Punctajul maxim este de 28 de puncte.

Timp de lucru: 3 ore.